Corrigé du brevet Centres étrangers Groupe I 14 juin 2023

Exercice 1 **18 points**

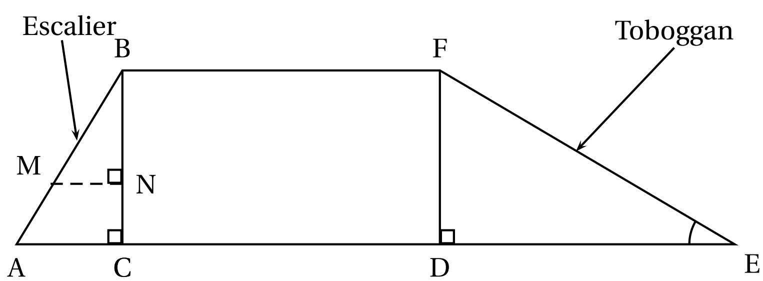
Partie A

1. Réponse C
2. Réponse C
3. Réponse B

Partie B

1. Réponse C
2. Réponse B
3. Réponse B

Exercice 2 **24 points**



On précise que :

- AB = 1,3 m ;
- AC = 0,5 m ;
- BC = DF = 1,2 m ;
- DE = 2,04 m ;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A : Étude du toboggan

1. On a $\tan \widehat{\text{DEF}} = \dfrac{\text{DF}}{\text{DE}} = \dfrac{1,2}{2,04} \approx 0,588$.
   La calculatrice donne $\widehat{\text{DEF}} \approx 30,4$, soit 30 ° à l'unité près : le toboggan est sécurisé.
2. Dans le triangle DEF rectangle en D le théorème de Pythagore donne :
   $\text{EF}^2 = \text{ED}^2 + \text{DF}^2 = 1,2^2 + 2,04^2 = 5,6016$, d'où :
   $\text{EF} = \sqrt{5,6016} \approx 2,366 \approx 2,37$ au centième près.

Partie B : Étude de l'échelle

1. On sait que (MN) et (AC) sont perpendiculaires à (BC), or, lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles, on en déduit que (MN) et (AC) sont parallèles.

2. D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{\text{BN}}{\text{BC}} = \dfrac{\text{MN}}{\text{AC}}$, soit $\dfrac{0,84}{1,2} = \dfrac{\text{MN}}{0,5}$, d'où $\text{MN} = 0,5 \times \dfrac{0,84}{1,2}$: $\dfrac{0,42}{1,2} = 0,35$ (m).

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :
• Longueur : 200 cm
• Largeur : 180 cm
• Hauteur : 20 cm

1. On a $V = 200 \times 180 \times 20 = 720\,000$ (cm^3)
2. En divisant le volume en 5 parties le sable à maçonner en occupe 3, soit :
   $0,72 \times \dfrac{3}{5} = 0,72 \times 0,6 = 0,432$ (m^3).
   Par différence ou en calculant les $\dfrac{2}{5}$ du volume total, le volume du sable fin est :
   $0,72 - 0,432 = 0,72 \times \dfrac{2}{5} = 0,72 \times 0,4 = 0,288$ (m^3).
3. On a $\dfrac{0,432}{0,022} \approx 19,6$: il faut donc acheter 20 sacs de sable à maçonner et comme $\dfrac{0,288}{0,016} = 18$: il faut donc acheter 18 sacs de sable fin.
   Le coût d'achat du sable est donc :
   $20 \times 2,95 + 18 \times 5,95 = 59 + 107,10 = 166,10$ (€).

Exercice 3 **15 points**

1. Si le nombre choisi au départ est 6 alors avec le programme d'Amir on obtient :
   $(6-5) \times 2 = 2$.
   Avec le programme de Sonia, on obtient : $(6+3) \times 6 - 16 = 54 - 16 = 38$.
2. *Aucune justification n'est attendue pour les deux questions ci-dessous.*

   a. La formule qui a été saisie dans la cellule B2 avant d'être étirée vers la droite est :
   =(B1 −5)∗ 2

   b. D'après la feuille de calcul, le nombre qu'ils doivent choisir pour obtenir des résultats égaux avec les deux programmes est 2 puisque l'on obtient −6 avec les deux programmes.

3. Sonia et Amir souhaitent vérifier s'il existe d'autres nombres permettant d'obtenir des résultats égaux avec les deux programmes.
   Pour cela, ils décident d'appeler x le nombre choisi au départ de chacun des programmes.

   a. Le résultat obtenu avec le programme de Sonia est donné par $(x+3) \times x - 16 = x^2 + 3x - 16$.

b. Les programmes donnent le même résultat si
$(x-5)\times 2 = x^2+3x-16$, c'est-à-dire $2x-10 = x^2+3x-16$, d'où $x^2+x-6=0$ et en factorisant on obtient bien $(x-2)(x+3)=0$.

Les solutions de cette équation-produit nul sont $x-2=0$ ou $x+3=0$ c'est-à-dire $x=2$ (on retrouve la solution donnée par le tableur) ou $x=-3$.

Donc les deux programmes de calcul renvoient le même résultat si on choisit au départ -3 ou 2.

Exercice 4 **22 points**

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

1. On pioche au hasard une boule dans l'urne.
   a. Il y a en tout 7 boules dont 4 sont rouge, la probabilité de tirer une boule rouge est donc de $\dfrac{4}{7}$.
   b. Les nombres pairs sont 2 et 4, ils sont présents sur 3 boules différentes donc la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair est de $\dfrac{3}{7}$.

2. On construit un tableau à double entrée donnant toutes les issues

2nd tirage / 1er tirage	N1	N2	N3	R1	R2	R3	R4
N1				•			
N2				•			
N3				•			
R1	•	•	•				
R2							
R3							
R4							

Il y a 6 issues favorables donc la probabilité de gagner est de $\dfrac{6}{49}$.

Partie B : constitution des lots

1. On peut faire 3 lots puisque $\dfrac{195}{3}=65$ et $\dfrac{234}{3}=78$ donc les 3 lots seront constitués de 65 figurines et 78 autocollants.
2. $195 = 5\times 39 = 5\times 3\times 13 = 3\times 5\times 13$.
3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est $2\times 3^2\times 13$:

a. On peut donc diviser 195 et 234 par $3 \times 13 = 39$ au maximum. On pourra donc constituer au maximum 39 lots.

b. Chaque lot sera alors composé de $\dfrac{195}{39} = 5$ figurines et $\dfrac{234}{39} = 6$ autocollants.

Exercice 5 **21 points**

1. Étude du tarif proposé par la société A

a. Avec le tarif A, on va payer 60 € pour 2 heures.

b. On peut louer un bateau pendant 3 heures, coût 90 €. On n'a pas assez pour 4 heures qui coûtent 120 €.

c. Le prix est proportionnel à la durée de location car la représentation graphique est celle d'une fonction linéaire, en effet c'est une droite qui passe par l'origine du repère.

d. La fonction linéaire associée au tarif A est $f(x) = 30x$.

Pour une durée de location de 10 heures, le prix à payer est $f(10) = 30 \times 10 = 300$, soit 300 €.

2. Étude du tarif proposé par la société B

La société B propose le tarif suivant : 60 € de frais de dossier plus 15 € par heure de location.

a. Montrer qu'en louant un bateau pour une durée de 2 heures, le prix à payer sera de 90 €.

Pour 2 heures de location le prix s'élève à : $60 + 2 \times 15 = 60 + 30 = 90$ (€).

b. On désigne par x le nombre d'heures de location. On appelle f la fonction qui, au nombre d'heures de location, associe le prix, en euro, avec le tarif proposé par la société B.

On admet que f est définie par : $f(x) = 15x + 60$.

Sur le graphique donné en ANNEXE à rendre avec la copie, tracer la courbe représentative de la fonction f.

Voir ci-dessous.

c. Non car la représentation graphique est une droite qui ne contient pas l'origine

3. Comparaison des deux tarifs

a. Avec la société A le prix demandé est $3 \times 30 = 90$, soit 90 €.

Avec la société B le prix demandé est $3 \times 15 + 60 = 45 + 60 = 105$, soit 105 €.

La société A est la plus intéressante.

b. • Par le calcul : on résout l'équation $30x = 15x + 60$ ou $15x = 60$ ou $15 \times x = 15 \times 4$, soit $x = 4$;

• Graphiquement : les deux représentations graphiques sont sécantes au point d'abscisse $x = 4$.

Pour un location de 4 heures le prix est le même pour les deux sociétés.

ANNEXE

À compléter et à rendre avec la copie

Exercice 5

Prix payé pour la location d'un bateau en fonction de la durée de la location