Fiche complète: Fonctions

Préparation au Brevet des Collèges

1. Introduction aux fonctions

Définition: Une fonction est une relation entre deux ensembles, qui à chaque élément du premier ensemble (appelé antécédent) associe au plus un élément du second ensemble (appelé image).

Les fonctions sont généralement notées par des lettres minuscules, comme f, g, ou h.

2. Notation et vocabulaire

- f(x) se lit "f de x" et représente l'image de x par la fonction f
- x est la variable (ou l'antécédent)
- L'ensemble de départ est appelé le domaine de définition
- L'ensemble d'arrivée est appelé l'ensemble image

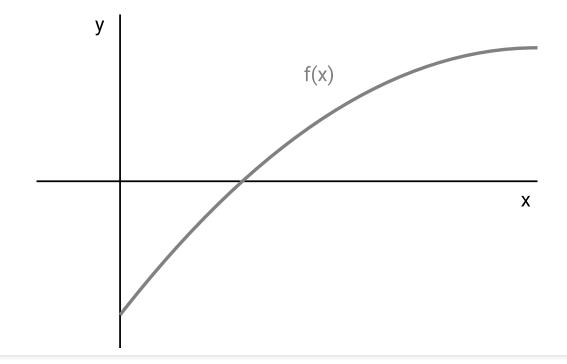
Exemple : Pour la fonction f(x) = 2x + 1

- Si x = 3, alors $f(3) = 2 \times 3 + 1 = 7$
- On dit que 3 est l'antécédent et 7 est l'image de 3 par f

3. Représentation graphique

Une fonction peut être représentée par une courbe dans un repère orthonormé :

- L'axe horizontal représente les antécédents (x)
- L'axe vertical représente les images (y ou f(x))
- Chaque point de la courbe a pour coordonnées (x, f(x))



4. Types de fonctions courantes

4.1 Fonction affine

Une fonction affine est de la forme f(x) = ax + b, où a et b sont des constantes réelles.

Exemple : f(x) = 2x + 3

- a = 2 (coefficient directeur)
- b = 3 (ordonnée à l'origine)

4.2 Fonction linéaire

Une fonction linéaire est un cas particulier de fonction affine, de la forme f(x) = ax, où a est une constante réelle.

Exemple : f(x) = 3x

4.3 Fonction quadratique

Une fonction quadratique est de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a, b, et c sont des constantes réelles, et a $\neq 0$.

Exemple : $f(x) = x^2 - 2x + 1$

5. Propriétés des fonctions

5.1 Croissance et décroissance

- Une fonction est croissante si $f(x_1) \le f(x_2)$ pour tout $x_1 < x_2$
- Une fonction est décroissante si $f(x_1) \ge f(x_2)$ pour tout $x_1 < x_2$

5.2 Extremums

- Un maximum est le plus grand point de la courbe sur un intervalle donné
- Un minimum est le plus petit point de la courbe sur un intervalle donné

6. Exercices d'application

Exercice 1 : Soit f(x) = 2x - 3. Calculez f(5).

Voir la solution

$$f(5) = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$$

Exercice 2 : Soit $g(x) = x^2 + 2x$. Déterminez g(-1) et g(0).

Voir la solution

$$g(-1) = (-1)^2 + 2(-1) = 1 - 2 = -1$$

 $g(0) = 0^2 + 2(0) = 0$

Exercice 3 : La fonction h est définie par h(x) = 3x + 1. Trouvez l'antécédent de 10 par h.

Voir la solution

Résolvons l'équation : 3x + 1 = 10

3x = 9

x = 3

L'antécédent de 10 par h est 3.