

Fiche complète : Théorème de Thalès

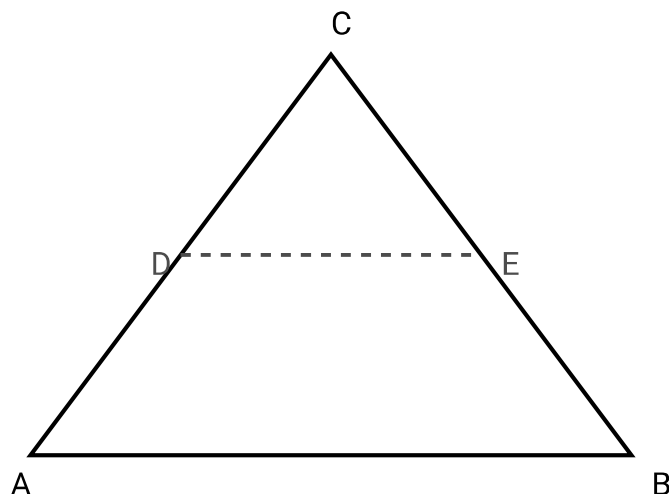
1. Introduction au Théorème de Thalès

Le théorème de Thalès, nommé d'après le mathématicien grec Thalès de Milet, est un concept fondamental en géométrie. Il établit une relation entre les longueurs des côtés de deux triangles semblables.

Énoncé du théorème

Soit un triangle ABC et une droite (DE) parallèle au côté (BC). Si cette droite coupe les côtés (AB) et (AC) respectivement en D et E, alors :

$$AD / AB = AE / AC = DE / BC$$



2. Démonstration du théorème

Preuve

La démonstration complète du théorème de Thalès nécessite des connaissances avancées, mais voici une approche simplifiée :

1. On considère que les triangles ADE et ABC sont semblables car ils ont un angle en commun (en A) et les côtés (DE) et (BC) sont parallèles.
2. La similitude des triangles implique la proportionnalité de leurs côtés.
3. Cette proportionnalité se traduit par les égalités énoncées dans le théorème.

3. Applications et exemples

Exemple 1 : Calcul d'une longueur inconnue

Soit un triangle ABC tel que :

- $AB = 12 \text{ cm}$
- $AC = 9 \text{ cm}$
- $BC = 8 \text{ cm}$
- $AD = 8 \text{ cm}$ (D est un point de [AB])

Calculons DE, sachant que (DE) est parallèle à (BC).

Solution :

$$AD / AB = DE / BC$$

$$8 / 12 = DE / 8$$

$$DE = (8 * 8) / 12 = 5.33 \text{ cm}$$

Exemple 2 : Vérification du parallélisme

Dans un triangle ABC, on a :

- $AB = 15 \text{ cm}$
- $AC = 12 \text{ cm}$
- $BC = 10 \text{ cm}$
- $AD = 9 \text{ cm}$
- $AE = 7.2 \text{ cm}$

Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ?

Solution :

$$AD / AB = 9 / 15 = 0.6$$

$$AE / AC = 7.2 / 12 = 0.6$$

Comme les rapports sont égaux, (DE) est bien parallèle à (BC).

4. Applications pratiques

Dans la vie quotidienne

- Mesure de la hauteur d'un bâtiment en utilisant l'ombre
- Estimation de la largeur d'une rivière
- Calcul de distances en cartographie

En physique

- Calcul de forces dans des systèmes de poulies
- Étude des leviers et des moments de force

- Optique géométrique (lentilles, miroirs)

5. Points importants à retenir

Attention !

- Le théorème ne s'applique que si les droites sont parallèles
- L'ordre des points est crucial : A, D et B doivent être alignés dans cet ordre, de même pour A, E et C
- Les rapports sont toujours positifs, même si les points sont de part et d'autre de A

6. Exercices d'application

Difficulté	Énoncé
Facile	Dans un triangle ABC, $(DE) \parallel (BC)$. $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm, $BC = 8$ cm. Calculer DE.
Moyen	ABCD est un trapèze. Les diagonales se coupent en O. Montrer que $AO/OC = BO/OD$.
Difficile	ABC est un triangle. M est le milieu de $[BC]$. La parallèle à (AC) passant par M coupe (AB) en N. Montrer que $AN = NB/3$.

7. Extensions et théorèmes liés

- Théorème de la droite des milieux
- Réciproque du théorème de Thalès
- Théorème de Pythagore (souvent utilisé en combinaison avec Thalès)